

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(национальный исследовательский университет)»**

**(МАИ)**

---

Кафедра «Технология испытаний и эксплуатации»

**Отчёт по курсовой работе**  
**по дисциплине «Прикладная механика» (4 семестр)**  
(Вариант 68)

Студент \_\_\_\_\_ А. Е. Елисеенко \_\_\_\_\_

Группа \_\_\_\_\_ Т120 – 201С – 19 \_\_\_\_\_

Дата сдачи \_\_\_\_\_

Подпись \_\_\_\_\_

Проверил \_\_\_\_\_ Б. И. Болотников \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Подпись \_\_\_\_\_

**МОСКВА 2021**

## Содержание

- 1) Задача А
- 2) Задача В
- 3) Задача С
- 4) Задача 2А
- 5) Задача 2Б

## 1) Задача А

### Построение эпюр продольных усилий и изгибающих моментов для плоских систем.

**Задание:** Для плоской системы, заданной вариантом задания, построить эпюры продольных усилий и изгибающих моментов.

Вариант №68

**Дано:**

$$P_1 = 14 \text{ кН};$$

$$q_1 = 2 \frac{\text{кН}}{\text{м}};$$

$$a = 0,5 \text{ м};$$

Схема №9.

### Задача А

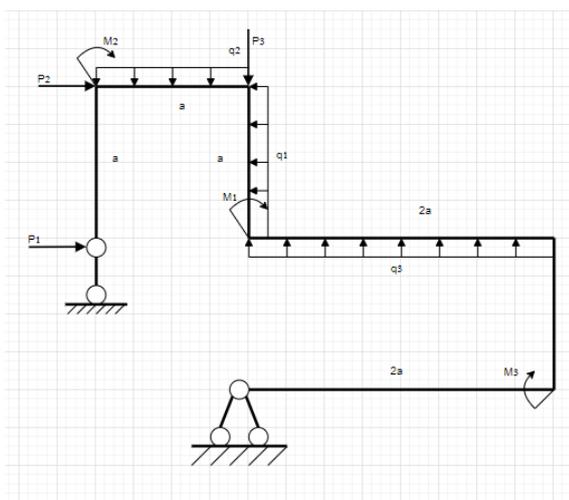


Рисунок 1 - Исходная схема

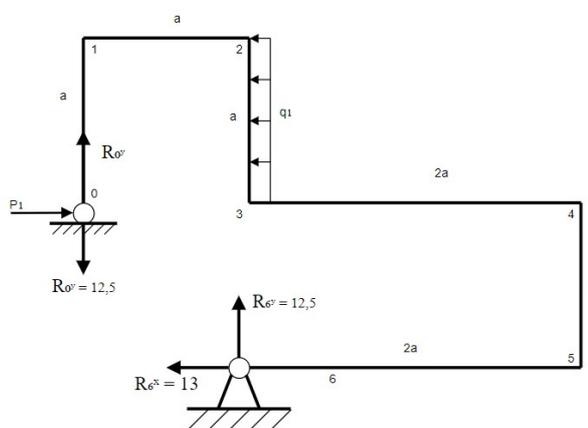


Рисунок 2 - Используемая схема

## Расчёт

$$\sum x = 0$$

$$P_1 - R_6^x - q_1 \times a = 0$$

$$R_6^x = P_1 - q_1 \times a \Rightarrow 14 - 0,5 \times 2 = 13$$

$$\sum m_6 = 0$$

$$R_0^y \times a + P_1 \times a - \frac{3}{2} \times q_1 \times a^2$$

$$R_0^y = \frac{3}{2} q_1 \times a - P_1 \Rightarrow \frac{3}{2} \times 2 \times 0,5 - 14 = -12,5 \text{ кН}$$

$$\sum y = 0 \Rightarrow R_6^y = 12,5 \text{ кН}$$

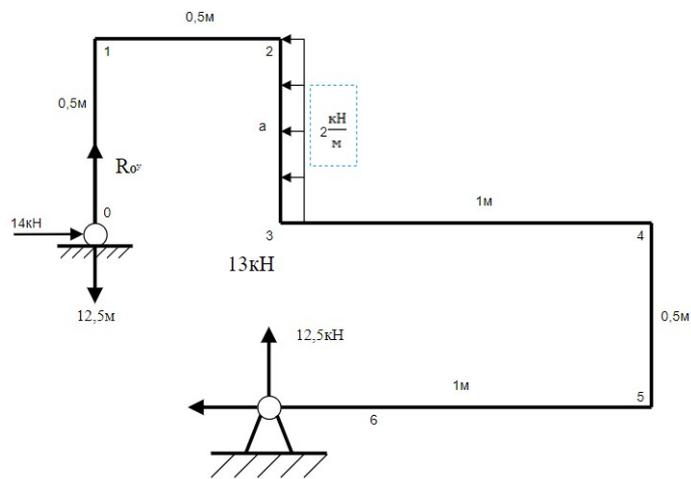


Рисунок 3

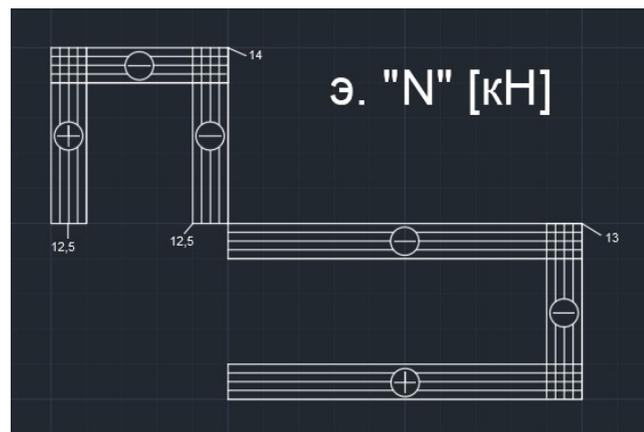


Рисунок 4

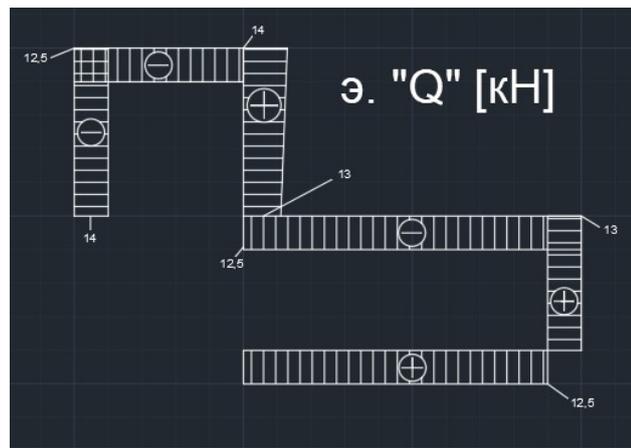


Рисунок 5

$$M_{z_{01}} = -14x$$

$$M_{z_{12}} = -7 - 12,5x$$

$$M_{z_{23}} = -6,25 - \frac{1}{2} \times 2x^2 + 14(x - 0,5)$$

$$M_{z_{34}} = -12,5(0,5 + x) - 0,25$$

$$M_{z_{45}} = 14x - 18,75 - 1 \times (0,25 + x) + 14x$$

$$M_{z_{56}} = -M_{z_{65}}$$

$$M_{z_{65}} = 12,5x$$

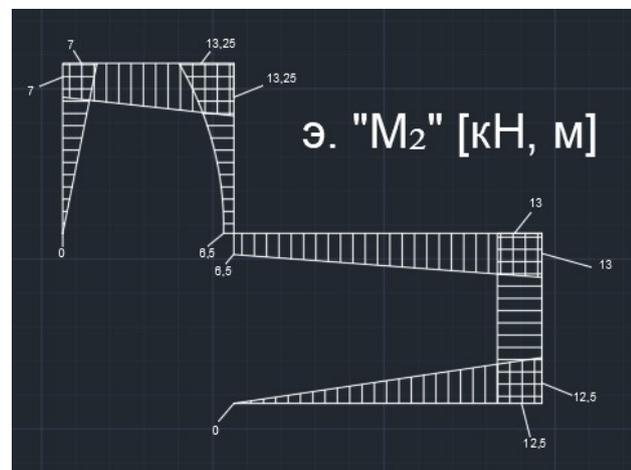


Рисунок 6



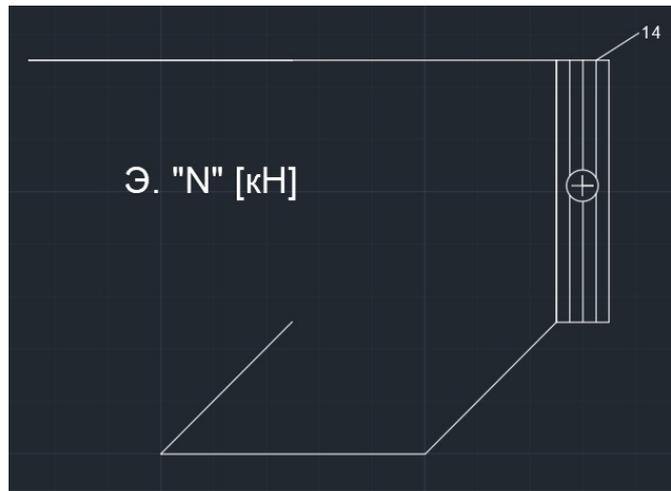


Рисунок 9

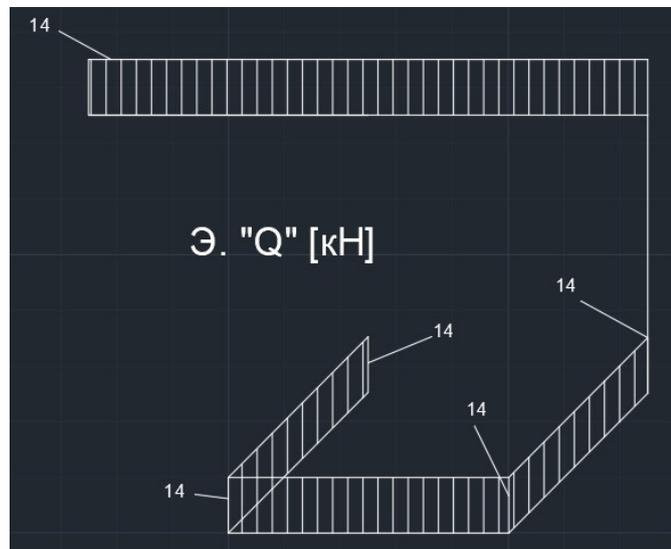


Рисунок 10

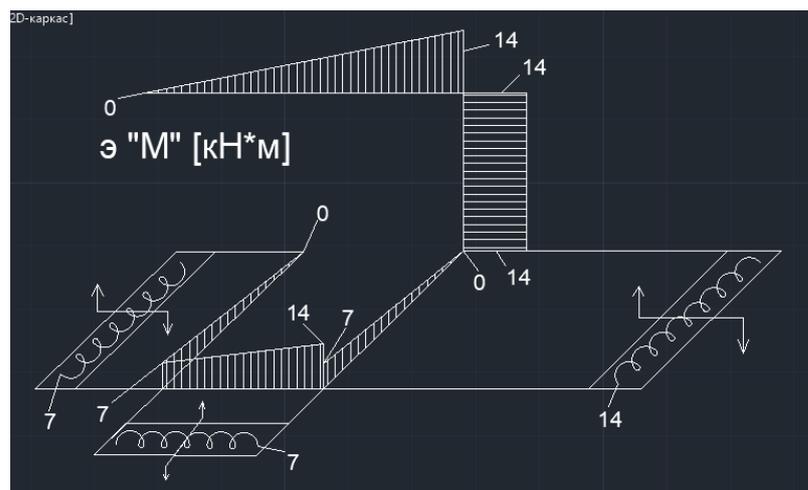


Рисунок 11

## Расчёты:

y<sub>2</sub> 01

$$M_z^I = 14 * x$$

y<sub>2</sub> 12

$$M_z^{II} = 14 \text{ кН} * \text{м}$$

y<sub>2</sub> 23

$$M_z^{III} = 14 * x$$

$$M_k^I = 14 \text{ кН} * \text{м}$$

y<sub>2</sub> 34

$$M_z^I = 14 * (1 - x)$$

$$M_k^{II} = 7 \text{ кН} * \text{м}$$

y<sub>2</sub> 45

$$M_z^{III} = 14 * (0.5 - x)$$

$$M_k^I = 7 \text{ кН} * \text{м}$$

### 3) Задача С

#### Расчеты на прочность и жесткость при сложном сопротивлении.

**Задание:** Для заданного ломаного бруса, имеющего круглые сечения в пределах элементов  $l_1$  и  $l_2$ , прямоугольное сечение в пределах элемента длиной  $l_3$ , требуется выполнить расчеты.

Вариант №68

**Дано:**

$$l_1=25 \text{ см}; \quad b=3,5 \text{ см}; \quad [\sigma]=160 \text{ МПа}$$

$$l_2=23 \text{ см}; \quad \frac{ql_2}{p}=1,1 \Rightarrow ql_2=1,1p$$

$$l_3=30 \text{ см}; \quad h=2,5b$$

Схема №9.

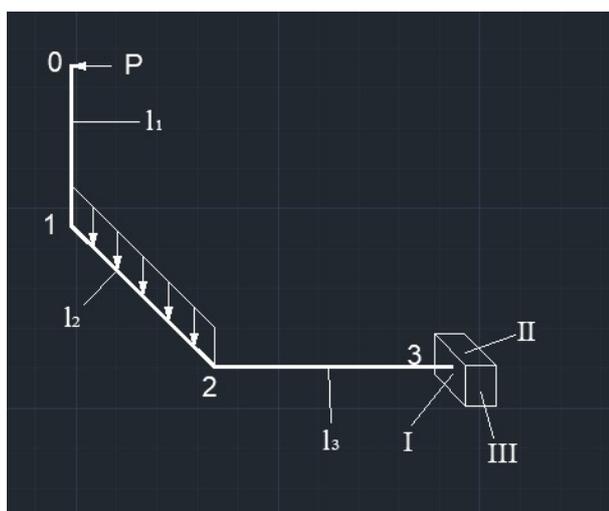


Рисунок 12 – Исходная схема

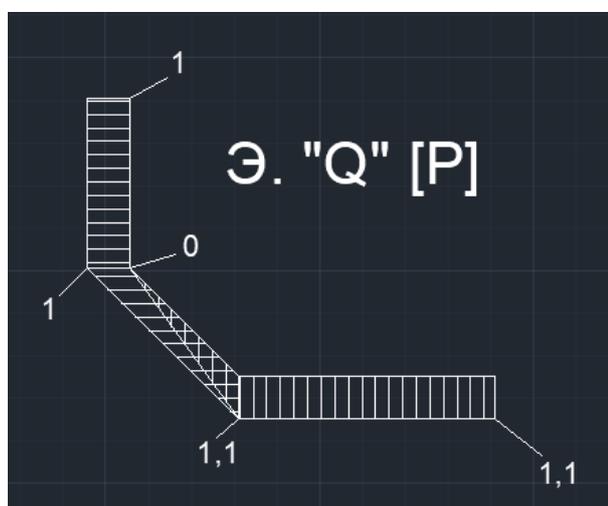


Рисунок 13 – эпюра «Q»

### Расчёты:

$$y_r 0'$$

$$Q'''=P$$

$$y_2 12$$

$$Q''_1=P$$

$$Q'=qx$$

$$Q'(0)=0; Q'(l_2)=1,1P$$

$$y_2 23$$

$$Q'''=1,1P$$

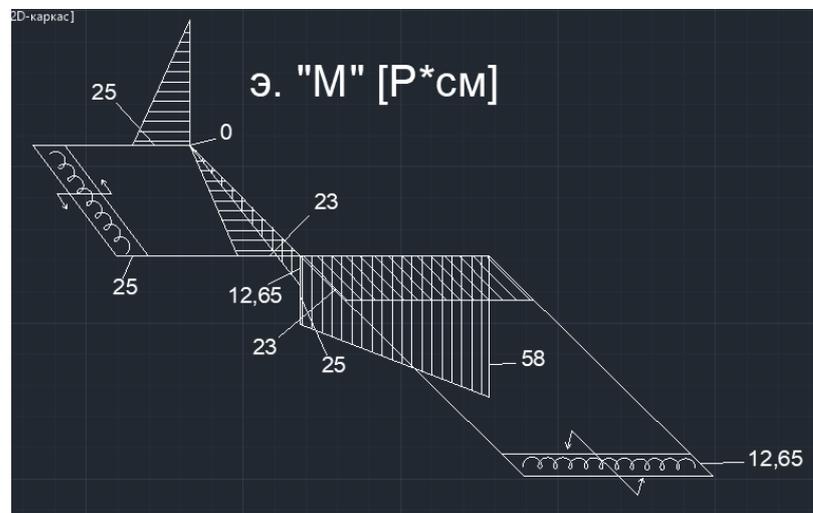


Рисунок 14 – эпюра «М»

### Расчёты:

$$y_r 01 (l_1)$$

$$M'''=P_x$$

$$y_r 12 (l_2)$$

$$M''=P_x; M'=\frac{1}{2}qx^2$$

$$M_x=25P$$

$$y_r 23 (l_3)$$

$$M'''=25P+1,1P*x$$

$$M''=23P$$

2.

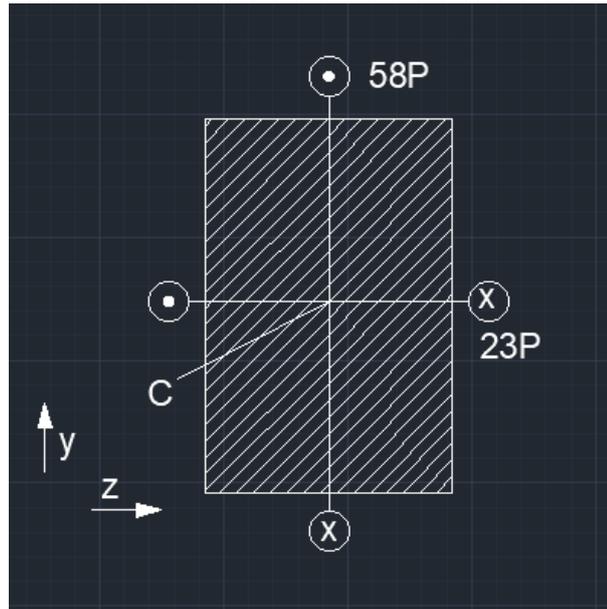


Рисунок 15

$$I_{zc} = \frac{bh^3}{12}$$

$$I_{yc} = \frac{bh^3}{12}$$

$$M_z = 58P$$

$$M_y = 23P$$

$$\sigma(y, z) = \frac{M_z}{J_{zc}}y + \frac{M_y}{J_{zc}}z$$

с учетом знаков

$$\sigma(y, z) = \frac{M_z}{J_{zc}}y - \frac{M_y}{J_{zc}}z$$

$$W_{k_1} = \alpha h^2 b; \quad W_{k_2} = \alpha h b^2$$

$$\alpha = 0,258 \left( \frac{h}{b} = 2,5 \right)$$

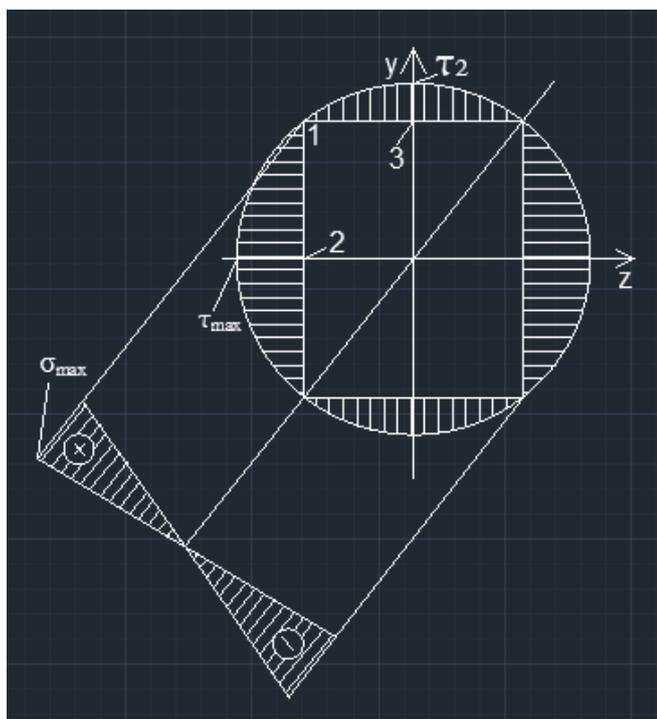


Рисунок 16

Определим нормальные напряжения в предполагаемых опасных точках.

$$1. \left(-\frac{b}{2}; \frac{h}{2}\right)$$

$$\sigma_1 = \frac{M_z}{J_{zc}} * \frac{h}{2} + \frac{M_y}{J_{yc}} * \frac{b}{2}$$

$$\sigma_1 = \frac{58P}{bh^3} * \frac{h}{2} + \frac{23P}{hb^3} * \frac{b}{2}$$

$$\sigma_1 = 2.169P + 4.416P = 6.585P.$$

$$2. \left(-\frac{b}{2}; 0\right)$$

$$\sigma_2 = 4.416P$$

$$3. \left(0; \frac{h}{2}\right)$$

$$\sigma_3 = 2.169P$$

Рассчитаем касательное напряжение в крит.точках:

$$\tau_1 = 0;$$

$$\tau_2 = \frac{M_k}{\alpha hb^2} = \frac{12.65P}{0.258hb^2} = 0.951P$$

$$\tau_3 = \frac{M_k}{\alpha h b^2} = 0.288P$$

Т.3 не является критической, т.к.  $\sigma_2 > \sigma_3$ ;  $\tau_2 > \tau_3$ .

Выберем из точек 1 и 2 самую опасную

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] \text{ – условие прочности}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{экв_1} &= \sqrt{\sigma^2 + 0} = \sigma = 6.585P \\ \sigma_{экв_2} &= \sqrt{(4.416P)^2 + 4(0.952)^2 * P^2} = 4.81P \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \Rightarrow \text{Т.1 – наиболее опасная, т.о.} \end{aligned} \right\}$$

$$\sigma_{экв_1}' \leq [\sigma]$$

$$6.585P \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{[\sigma]}{6.585} = \frac{160 \text{ МПа}}{6.585} = 2429.7 \text{ Н}$$

$$q|_2 = 1.1P$$

$$q = \frac{1.1 * 2429.7 \text{ Н}}{23 \text{ см}} = 116.2 \frac{\text{Н}}{\text{см}}$$

3.

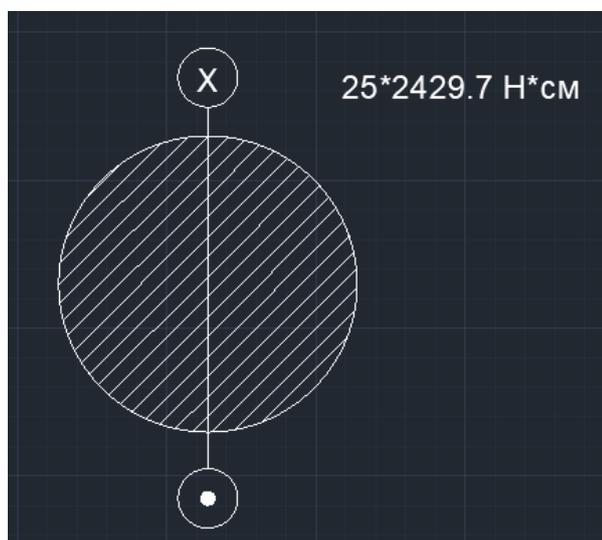


Рисунок 17

Уч. 01

Условие прочности

$$\frac{M_{изг}}{W_{изг}} \leq [\sigma]$$

$$\sqrt[3]{\frac{32 M_{изг}}{\pi [\sigma]}} \leq d$$

$$d \geq 5.317 \text{ см}$$

Уч. 12

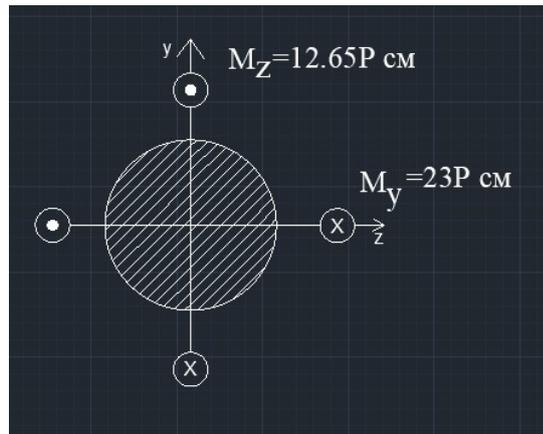


Рисунок 18

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$W_k \approx 0.2d^3$$

$$W_{\text{узл}} \approx 0.1d^3$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{M_z^2 + M_y^2}}{W_{\text{узл}}}$$

$$\tau = \frac{M_k}{W_k}$$

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma]$$

$$\sqrt{\frac{101700 H^2 * M^2 + 92250 H^2 * M^2}{0.01 d^6}} \leq [\sigma]$$

$$\frac{440.4 H * M}{0.1 d^3} \leq [\sigma] \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{440.4}{0.1 * 160}} = 6 \text{ см}$$

#### 4) Задача 2А

Расчет статически неопределимых систем при изгибе.

Вариант №68

Дано:

$$q_2 = 16 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$P_1 = 18 \text{кН}$$

$$a = 1,1 \text{м}$$

Схема №11

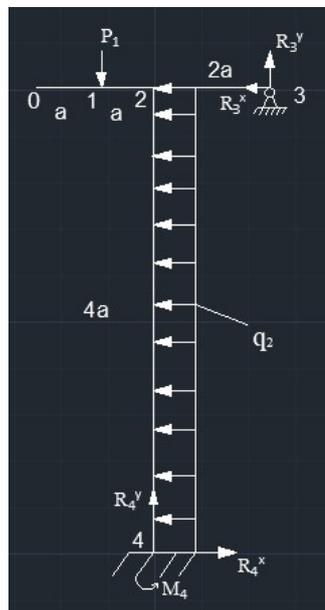


Рисунок 19 – Исходная схема

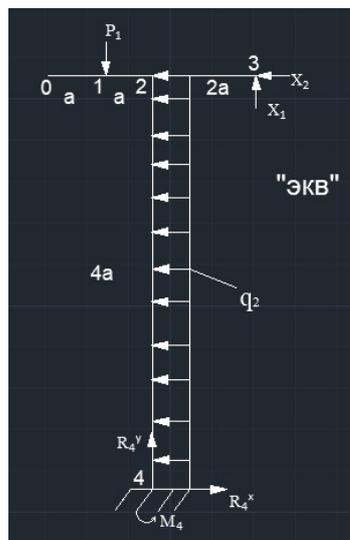


Рисунок 20

$$\begin{cases} \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 + \delta_1 p = 0 \\ \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 + \delta_2 p = 0 \end{cases}$$

Построим грузовую эпюру:

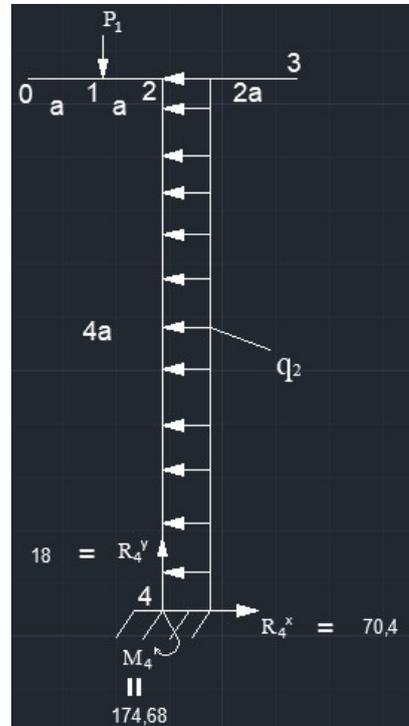


Рисунок 21

**Расчёты:**

$$\sum X = 0:$$

$$R_4^x = 4 * q_2 * a = 70.4 \text{ кН}$$

$$\sum Y = 0:$$

$$R_4^y = R_1 = 18 \text{ кН}$$

$$\sum M_4 = 0:$$

$$M_4 + 4 * q_2 * a * 2a + P_1 * a = 0$$

$$M_4 = -8 * 16 * 1.1^2 - 18 * 1.1 = -174.68 \text{ кН*м}$$

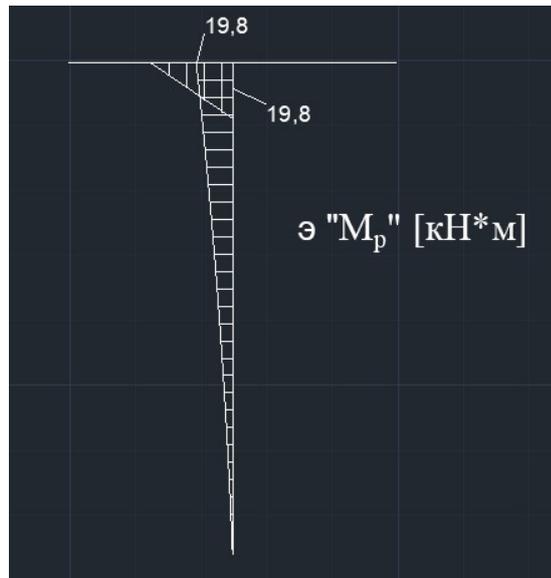


Рисунок 22

2.



Рисунок 23

$$\sum x = 0:$$

$$R_4^x = 0$$

$$\sum y = 0:$$

$$R_4^y = -1$$

$$\sum M_4 = 0:$$

$$M_4 + 2a = 0:$$

$$M_4 = -2a$$

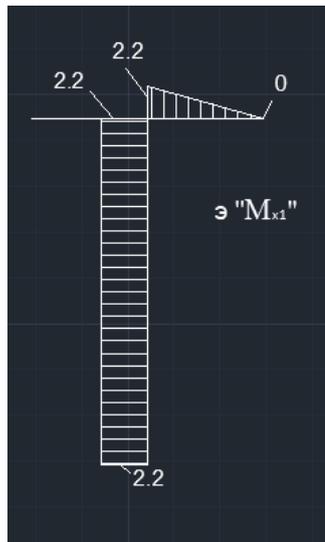


Рисунок 24



Рисунок 25

$$\sum x = 0:$$

$$R_4^x = 1$$

$$\sum y = 0:$$

$$R_4^y = 0$$

$$\sum M_4 = 0:$$

$$M_4 + 4a = 0:$$

$$M_4 = -4a$$

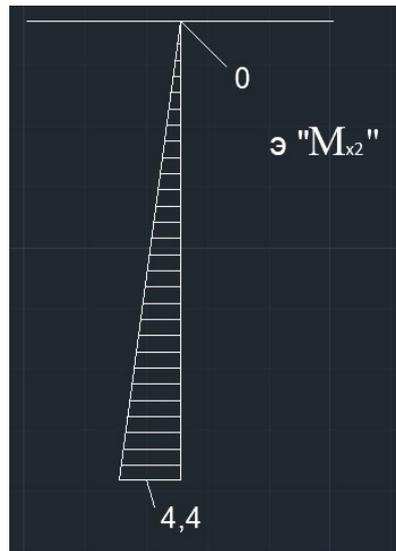


Рисунок 26

3.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ_z} * [2,2*4*1,1*2,2 + \frac{1}{2}*2,2*2*1,1*\frac{2}{3}*2,2] = \frac{24,845}{EJ_z} \text{ м}^3$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EJ_z} * 4,4*4*1,1*\frac{2}{3}*4,4 = \frac{56,789}{EJ_z} \text{ м}^3$$

$$\delta_{12} = \delta_{21}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EJ_z} * 2,2*4*1,1*\frac{1}{2}*4,4 = \frac{21,296}{EJ_z} \text{ м}^3$$

$$\delta_{1p} = \frac{1}{EJ_z} * \int_0^{4a} \frac{1}{2} * q_2 * x^2 * 2a dx = \frac{1}{EJ_z} * \frac{16}{6} * 2 * 1,1 * x^3 \Big|_0^{4a} = \frac{95,832}{EJ_z} \text{ кН*м}^3$$

$$\delta_{2p} = \frac{1}{EJ_z} * \int_0^{4a} \frac{1}{2} * q_2 * x^2 * (4a-x) dx = \frac{1}{EJ_z} * (\frac{16}{6} * 4 * 1,1 * x^3 - \frac{1}{8} * 16 * x^4) \Big|_0^{4a} = \frac{63,888}{EJ_z} \text{ кН*м}^3$$

Тогда:

$$\begin{cases} \frac{24,845}{EJ_z} x_1 + \frac{21,296}{EJ_z} x_2 = \frac{-95,832}{EJ_z} \\ \frac{21,296}{EJ_z} x_1 + \frac{56,789}{EJ_z} x_2 = \frac{-63,888}{EJ_z} \end{cases} \text{ далее умножаем на } EJ_z$$

$$\begin{cases} 24,845 x_1 + 21,296 x_2 = -95,832 \\ 21,296 x_1 + 56,789 x_2 = -63,888 \end{cases}$$

Решим полученную систему методом Гаусса:

$$X_1 = -4,269 \text{ кН}$$

$$X_2 = 0,48 \text{ кН}$$

4.

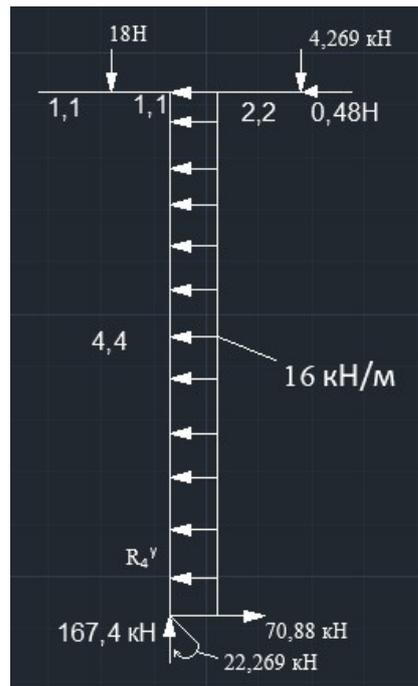


Рисунок 27

$$R_4^x = 70,4 + 0,48 = 70,88 \text{ кН}$$

$$R_4^y = 18 + 4,269 = 22,269 \text{ кН}$$

$$M_4 = 174,68 - 2,2 * 4,269 + 4,4 * 0,48 = 1674 \text{ кН*м}$$

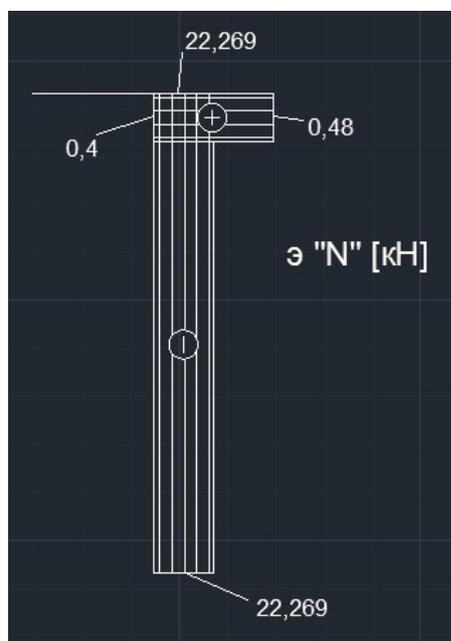


Рисунок 28

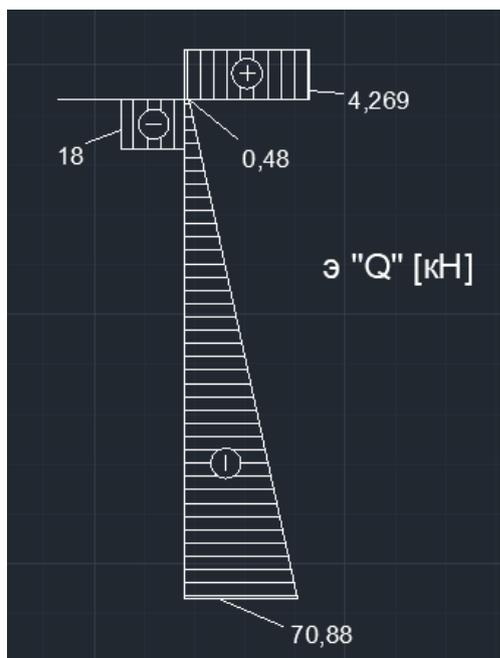


Рисунок 29

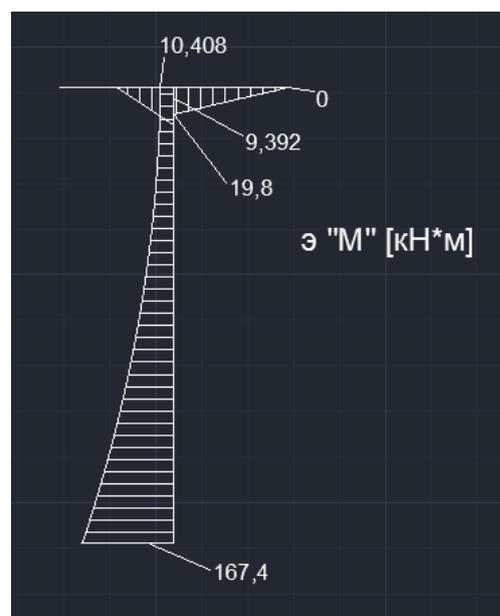


Рисунок 30

Определим угол поворота

$$\sum m_4 = 0:$$

$$M_4 = 1$$

$$\sum x = 0:$$

$$R_4^x = 0;$$

$$\sum y = 0:$$

$$R_4^y = 0;$$



Рисунок 31

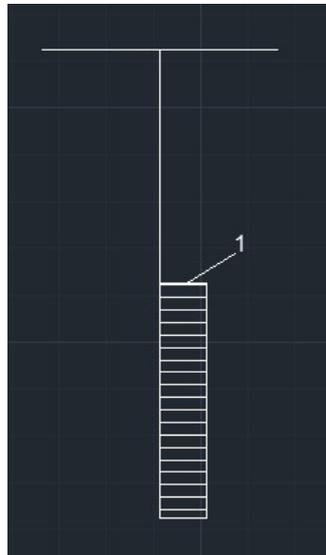


Рисунок 32

$$\Theta = \frac{1}{EJ_z} * [1*2a * (\frac{167.4 - 10.408}{2} + \frac{1}{2} * (167.4 - \frac{167.4 - 10.408}{2})) * \zeta] = \frac{270.486}{EJ_z}$$

Подберём двутавровое сечение:

$$\delta_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\delta] \Rightarrow w_x^{mp} \geq \frac{M_{max}}{[\delta]} = \frac{167,4 * 10^3}{160 * 10^6} = 1046.25 * 10^{-6} \text{ м}^3 = 1046.25 \text{ см}^3$$

По ГОСТу 8239-89 подбираем двутавр №45:

$$W_x = 1231 \text{ см}^3 > W_x^{mp}$$

$$J_x = 27696 \text{ см}^4$$

### 5) Задание 2Б

**Расчет подмоторных балок на прочность при колебании.**

Вариант №68

Дано:

$$Q_1 = 900 \text{ Н} \quad \omega = 530 \frac{1}{\text{сек}} \quad [\sigma] = 30 \text{ МПа}$$

$$r = 0.25 \text{ мм} \quad Q = 2900 \text{ Н} \quad \text{Схема №3б}$$

$$l = 0.88 \text{ м} \quad \beta_{\text{рез}} = 35$$

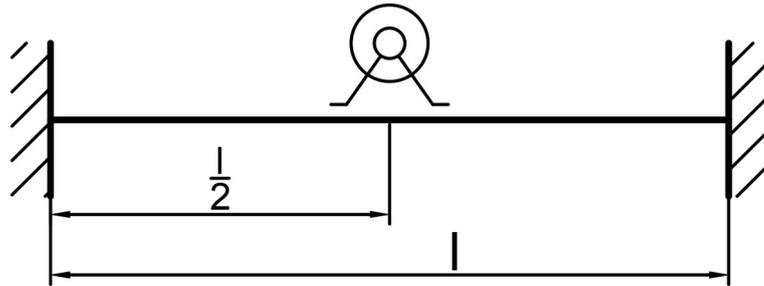


Рисунок 33 – Исходная схема

Начертим эпюру  $M_p$  от действия веса двигателя. Так как система один раз статически неопределима, то построим  $M_1$ , приложив единичную силу вместо заменённой опоры.

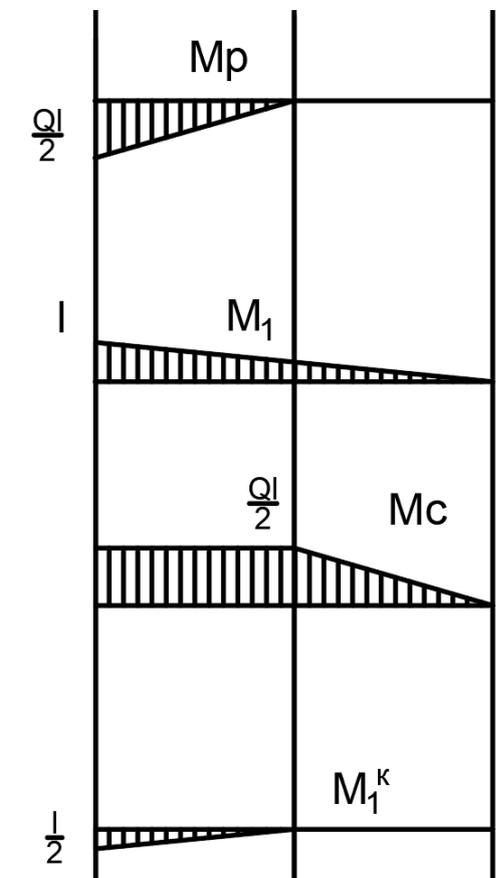


Рисунок 34 – Эпюры

Составлю систему канонических уравнений. Так как неизвестная сила  $X_1$  всего одна, то уравнение будет одно.

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1p} = 0$$

Найду известные коэффициенты:

$$\delta_{11} = \frac{M_1 * M_1}{EJ_{oc}} = \frac{2}{EJ_{oc}} \left( \frac{2 * l * l * l}{2 * 3} \right) = \frac{l^3}{3EJ_{oc}}$$

$$\Delta_1 = \frac{M_1 * M_p}{EJ_{oc}} = \frac{-1}{EJ_{oc}} \left( \frac{1}{2} \right) l \frac{l}{3} \left( \frac{l + 2 \frac{l}{2}}{l + \frac{l}{2}} \right) Q = \frac{1}{3} \frac{Ql^3}{EJ_{oc}}$$

Подставлю их в исходное уравнение:

$$\frac{l^3}{3EJ_{oc}} X_1 - \frac{Ql^3}{3EJ_{oc}} = \frac{1}{3} X_1 = Q$$

Подставлю  $X_1$  в эквивалентную систему и построю эпюру  $M_\Sigma$ . Также построю эпюру  $M_1^k$ , заменив  $Q$  на единичную силу. Для нахождения  $\delta_{ст}$  необходимо перемножить  $M_\Sigma$  и  $M_1^k$ .

$$\delta_{ст} = \frac{M_\Sigma * M_1^k}{EJ_{oc}} = \frac{Ql^3}{16EJ_{oc}}$$

Через отношение частот найду  $\omega_c$ :

$$\frac{\omega_v}{\omega_c} = 1,25 \Rightarrow \omega_c = \frac{550}{1,25} = 440 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_c = \sqrt{(g / \delta_{ст})} \Rightarrow J_{oc} = 12175,6 \text{ см}^4 \Rightarrow J'_{oc} = 6087,8 \text{ см}^4$$

По ГОСТу 8239-89 подбираем двутавр №30:

$$W_x = 472 \text{ см}^3 > W_x^{mp}$$

$$J_x = 7080 \text{ см}^4$$

Уточняю собственную частоту:

$$\omega_c^1 = \sqrt{(g / \delta_{ст})} = 335,5 \text{ с}^{-1}$$

$$\frac{\omega_v}{\omega_c} = \frac{550}{474,5} = 1,64$$

1. Проверка на прочность при стационарной работе двигателя

$$\sigma_\Sigma = \sigma_{стQ} + \sigma_{дин}$$

$$\sigma_{стQ} = \frac{M_x}{2W_x} = \frac{Ql}{2W_x} = \frac{1}{3} \cdot 1,35 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}} = \sigma_a * \beta_{\text{дин}} = \frac{Q_1 r \omega_B^2 l \beta_{\text{рез}}}{2 g 2 W x \sqrt{i i}} = 1.91 \text{ МПа}$$

$\sigma_{\Sigma} = \sigma_{\text{стQ}} + \sigma_{\text{дин}} = 1,35 \text{ МПа} + 1,91 \text{ МПа} = 3,26 \text{ МПа} < [\sigma]$ , то есть прочность обеспечена.

График изменения суммарных напряжений по времени строится по формуле:

$$\sigma_{\Sigma} = \sigma_a * \sin(\omega_B t)$$

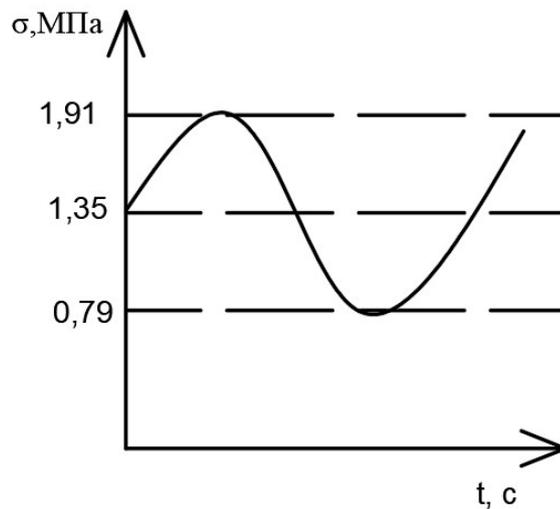


Рисунок 35 – График изменения суммарных напряжений по времени

2. Рассмотрю пусковой режим двигателя. Найду  $\sigma_{\text{дин}}$  для следующих отношений частот:

$$\sigma_{\text{дин}}(0,5) = 4,3 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(0,8) = 8,95 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(0,9) = 16,85 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(0,95) = 31,92 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(1) = 113,07 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(1,05) = 30,25 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(1,1) = 15,21 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\text{дин}}(1,15) = 9,97 \text{ МПа}$$

График зависимости  $\sigma$  от отношения частот по времени:

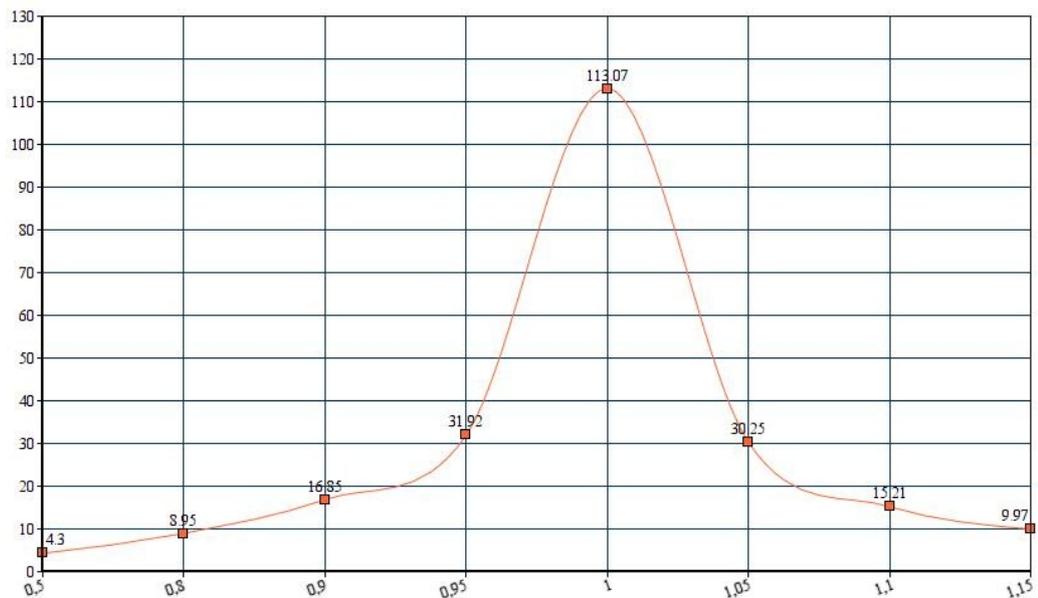


Рисунок 36

3. Найду запрещённый интервал оборотов

$$\omega_B^H/\omega_c=0,984 \Rightarrow \omega_B^H=0,984*335,5=330,132 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_B^H=2\pi n/60 \Rightarrow n=60* \omega_B^H/2\pi=(60*330,132)/(2*3,14)= 3 154,13 \text{ об/мин}$$

$$\omega_B^H/\omega_c=1,017 \Rightarrow \omega_B^H=1,017*335,5=341,2 \text{ с}^{-1}$$

$$\omega_B^H=2\pi n/60 \Rightarrow n=60* \omega_B^H/2\pi=(60*341,2)/(2*3,14)= 3 259,87 \text{ об/мин}$$

Запрещённый интервал частот: [3 154,13 ÷ 3 259,87] об/мин.